

# МОДЕЛЮВАННЯ ЗЛИТТЯ КОМПЛАНАРНИХ ПІВЕЛІПТИЧНИХ ТРІЩИН МЕТОДОМ СКІНЧЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

П.В. Ясній, І.М. Підгурський, М.Я. Сташків, М.І. Підгурський

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

**Abstract:** The article presents the method of investigation of surface semielliptical cracks at their merger. The finite element method obtained the values of the stress intensity factors for complex geometry surface cracks.

При циклічному навантаженні елементів конструкцій і машин можуть утворюватися множинні поверхневі та підповерхневі дефекти, які надалі об'єднуються, утворюючи складні за геометрією контури, що згодом перетворюються у магістральну поверхневу півеліптичну тріщину.

Розвиток півеліптичних тріщин на етапі їх наближення одна до одної досліджено досить ґрунтовно [1], на відміну від процесу їх злиття в єдину поверхневу тріщину.

У більшості випадків злиття тріщин моделюється або перекриттям їх контурів [1-3] або спряженням контурів тріщин дугами кіл [4, 5]. Значення коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) в зоні злиття тріщин для обох підходів суттєво відрізняються, що вимагає подальших більш ґрунтовних досліджень.

Початкові параметри для моделювання об'єднання двох компланарних ідентичних півеліптичних поверхневих тріщин в одну магістральну поверхневу тріщину представлено на рис. 1.

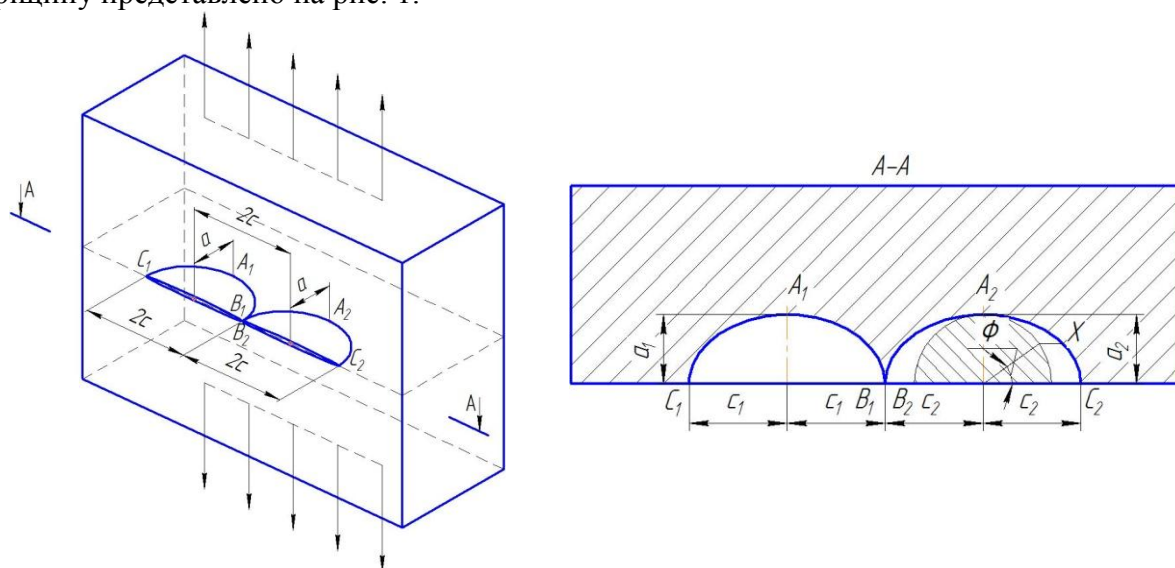


Рис. 1. Моделювання процесу злиття півеліптичних поверхневих тріщин у пластині скінчених розмірів в момент дотику тріщин

На рис. 1 показано початковий момент об'єднання двох поверхневих півеліптичних тріщин. Далі при циклічному навантаженні утворюється сідлоподібний фронт нової тріщини, який поступово вирівнюється (згладжується). Згодом утворюється поверхнева півеліптична тріщина канонічної форми суттєво більших розмірів. Це найбільш ймовірний процес злиття двох чи кількох поверхневих тріщин в одну магістральну тріщину, що підтверджується даними експериментальних досліджень, зокрема зламами великогабаритних зразків з рядом позначених кривих, що ілюструють поступовий розвиток поверхневої тріщини при циклічному навантаженні (рис. 2).

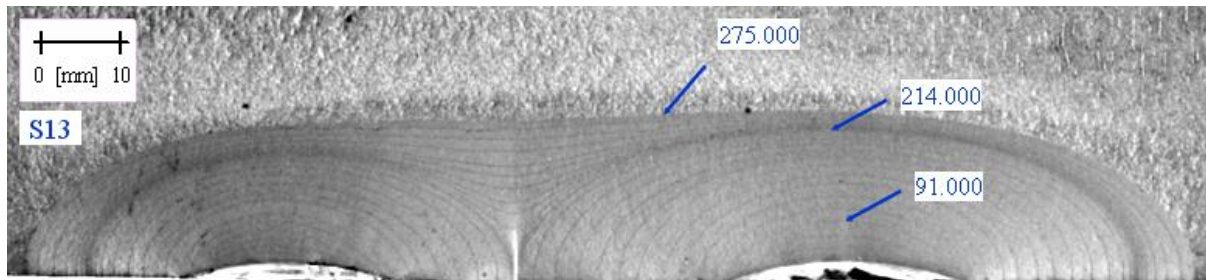


Рис. 2. Злам зразка, що демонструє процес об'єднання двох тріщин при циклічному навантаженні

У запропонованих моделях (рис. 3) в процесі об'єднання двох тріщин їх розміри залишались незмінними, а змінювалась тільки конфігурація області злиття тріщин. Таке постулювання процесу об'єднання двох тріщини в одну підтверджується експериментальними даними (рис. 2). На зламі чітко видно, що при об'єднанні тріщин, у першу чергу, відбувається ріст тріщини в сідлоподібній області  $a_{coal i} \dots a_{coal j}$ , а в інших напрямках ріст є мінімальним.

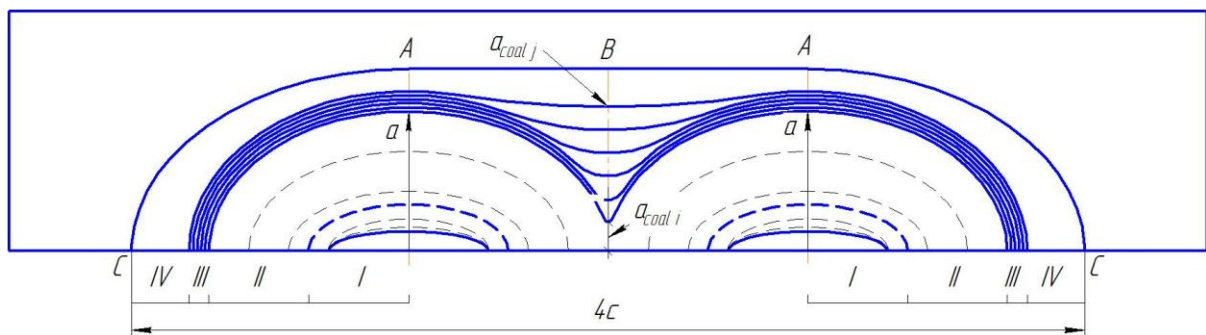


Рис. 3. Ілюстрація моделі росту півеліптичних поверхневих тріщин при їх об'єднанні

При моделюванні процесу злиття тріщин було репрезентовано ряд унікальних геометричних конфігурацій тріщин з сідлоподібним фронтом, що об'єднуються.

Зазначимо, що формування складних геометричних контурів наштовхується на проблему неможливості опису всього контура єдиною кривою. Це викликало необхідність конструювання складених кривих (кривих, що формуються з дуг простих сплайнів). Основною вимогою спряження кривих є гладкість. Під гладкістю розуміють співпадіння кількості похідних (рівнянь кривих, що спрягаються) в точці спряження.

Найпростіший варіант побудови спряжених кривих – з дуг кіл. Через точки спряження проходять тільки спільні дотичні. Таке спряження відповідає першому порядку гладкості (співпадають тільки перші похідні). Аналогічно будується зовнішнє спряження еліпса чи півеліпса з колом. Побудова дотичної до еліпса (з відомими півосями) в заданій точці полягає у відшукуванні дотичної, проведеної через цю точку. Дотична є перпендикулярною до бісектриси кута, вершиною якого є задана точка, а сторони переходять через полюси півеліпса (рис. 4).

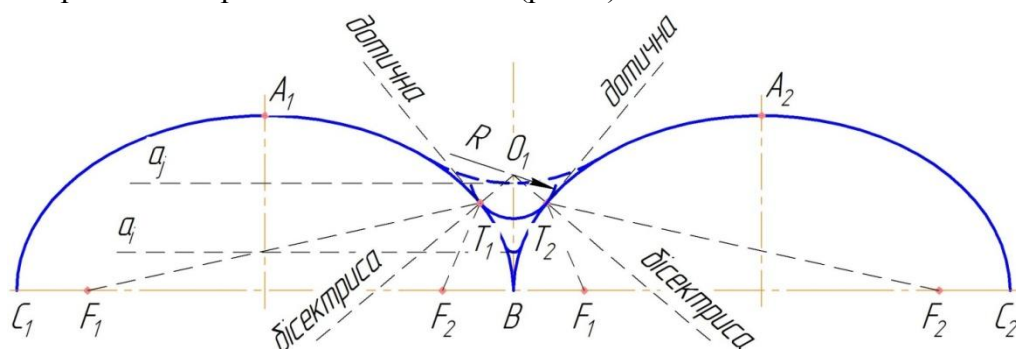


Рис. 4. Ілюстрація методу моделювання вирівнюючої області контура при об'єднанні поверхневих тріщин

Для оцінки КІН в зоні злиття тріщин застосовувався метод скінчених елементів. Моделювання поверхневої тріщини з контуром довільної конфігурації здійснювалося у прикладній програмі ANSYS Workbench 19.2.

Побудову тріщини з фронтом довільної конфігурації у заданому твердому тілі (Solid) виконуємо у наступній послідовності.

У модулі Design Modeler пакету прикладних програм ANSYS Workbench 19.2 на необхідній площині будуємо ескіз тріщини таким чином, щоб фронт тріщини заданого профілю знаходився у необхідному перетині тіла.

За допомогою команди Extrude формуємо з побудованого ескіза тіло довільної товщини. Вибравши грань побудованого тіла, командою Thin створюємо поверхнєве тіло нульової товщини (Surface Body).

У модулі Static Structural - Mechanical додаємо вкладку Fracture і задаємо модель крайової тріщини довільної конфігурації (Arbitrary Crack). У моделі Arbitrary Crack необхідно задати конфігурацію фронту тріщини (додавши Surface Body до іменованої вибірки Named Selections) та локальні координати тріщини (розташувавши осі X та Z у напрямку півосей тріщини, а вісь Y – перпендикулярно до площини тріщини) (рис. 5).

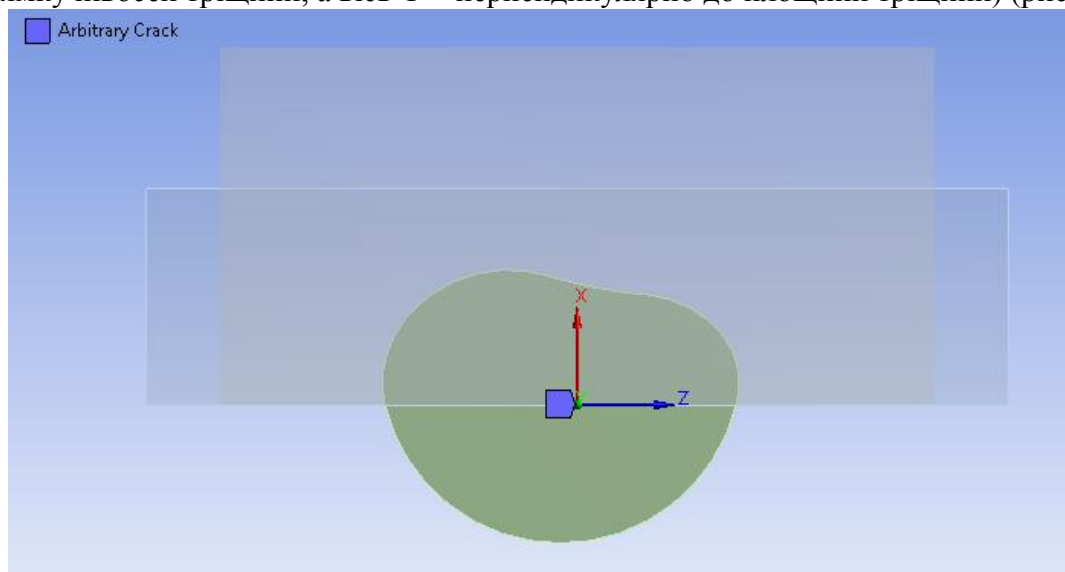


Рис. 5. Модель поверхневої тріщини заданої конфігурації у пластині

Після задання умов закріплення та навантаження твердого тіла та виконання розрахунку у вкладці Fracture Tool закладки Solution можна у загальному випадку дізнатися значення коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) нормального відриву та поздовжнього і поперечного зсуву, J- інтегралу та ін.

Моделювались зразки з поперечним перетином 80×20 мм, що виготовленні зі сталі 09Г2С товщиною  $t = 20$  мм. Механічні характеристики сталі 09Г2С:  $\sigma_y = 380$  МПа,  $\sigma_u = 530$  МПа. Прикладене напруження розтягу – 187,5 МПа.

Досліджувалось злиття двох ідентичних поверхневих півеліптичних тріщин з початковими півдіагоналями  $a = 7,0$  мм та  $c < 10,0$  мм ( $a/c = 0,7$ ,  $a/t = 0.35$ ).

У результаті обчислень отримано розподіл значень КІН вздовж восьми контурів поверхневих тріщин, що мають різну глибину сідлоподібного фронту та радіуси спряжень. На рис. 6 та рис. 7 представлено дані розрахунків для характерних точок сідлоподібних тріщин.

На рис. 6,а представлено розподіл КІН  $K_I^B$  при моделюванні злиття двох ідентичних поверхневих тріщин.

Очевидно, що на початковій стадії злиття тріщин значення КІН є максимальним саме в найглибшій ділянці сідлоподібного фронту, а при вирівнюванні цього контура – знижується. КІН в процесі злиття знизилась у 2,3 рази.

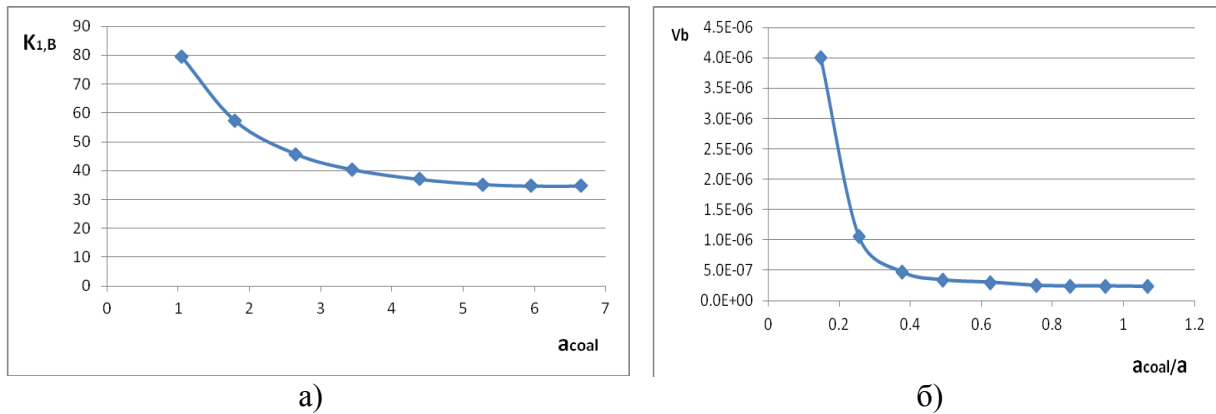


Рис. 6. Розподіл значень коефіцієнтів інтенсивності напружень  $K_I^B$  (а) та швидкостей росту тріщини  $V_B$  (б) у найглибшій точці сідлоподібного фронту при моделюванні злиття двох компланарних ідентичних поверхневих тріщин.

Така зміна співвідношення КІН призводить до суттєвих змін швидкості росту тріщини  $V_B$  у найглибшій точці сідлоподібного фронту у порівнянні з точками С, що знаходяться на поверхні (рис. 6, б). Так, при заповненості 14,9% швидкість росту втомної тріщини, визначена за КДВР (кінетичною діаграмою втомного руйнування сталі 09Г2С при коефіцієнті асиметрії  $R = 0$ ), у т. В становить  $V_B = 4 \cdot 10^{-6}$  мм/цикл, що у 16,67 разів перевищує швидкість тієї ж точки В ( $V_B = 2.4 \cdot 10^{-7}$  мм/цикл) при практично повному злитті тріщин (при  $\frac{a_{coal}}{a} = 0.95$ ). Зазначимо, що швидкості точок А та С за час злиття змінюється несуттєво, залишаючись в межах  $V_B = 4 \cdot 10^{-8}$  мм/цикл та  $V_B = 1 \cdot 10^{-7}$  мм/цикл відповідно.

Зміна коефіцієнтів інтенсивності напружень інтегровано оцінюються коефіцієнтами взаємодії  $\gamma$  [1, 3].

Значення коефіцієнтів взаємодії  $\gamma_A$  (для точки, що має глибину а),  $\gamma_C$  (для крайньої поверхневої точки півдіагоналі С) та  $\gamma_B = \gamma_{coal}$  (для найглибшої точки сідлоподібного фронту) визначались як відношення КІН  $K_I$ , отриманих МСЕ при моделюванні кожного з восьми сідлоподібних контурів до значень КІН  $K_I$  для відповідних точок поверхневої півеліптичної тріщини з півдіагоналями  $a = 7,0$  мм та  $c = 10,0$  мм ( $a/c = 0,7$ ;  $a/t = 0,35$ , де  $t$  – товщина пластини), за тих же умов навантаження, які отримані за відомими залежностями Ньюмена-Раджу для одинарної поверхневої тріщини.

Необхідно також зазначити, що найбільш суттєве збільшення швидкості росту тріщини практично на порядок спостерігається на початковій стадії злиття тріщин в діапазоні досліджуваних значень  $\frac{a_{coal}}{a} = 0.149 \dots 0.256$ , тобто в зоні найбільших значень коефіцієнтів інтенсивності напружень (див. рис. 6,а).

Під час об'єднання поверхневих тріщин збільшуються значення КІН вздовж внутрішніх пів контурів тріщин, що зливаються, у порівнянні з відповідними точками одинарної поверхневої тріщини. Для найглибшої точки півосі  $a = 7$  мм значення коефіцієнта взаємодії зростає від 2 % до 14 % при злитті тріщин до 95% (рис. 7). Збільшення  $\gamma$  (одночасно і КІН) вздовж внутрішніх контурів тріщин пришвидшує процес їх об'єднання.

Моделювання процесу злиття поверхневих тріщин демонструє також суттєвий вплив (до 9% на ріст значень КІН  $K_I^C$  та  $\gamma_C$  навіть для найбільш віддалених поверхневих точок С сідлоподібної тріщини (рис. 7).

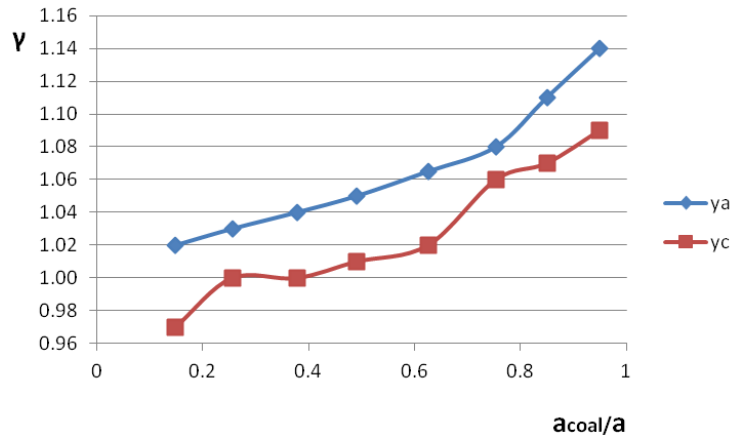


Рис. 7. Розподіл значень коефіцієнтів взаємодії для крайніх точок півосей  $a$  та  $c$  поверхневих тріщин при їх злитті

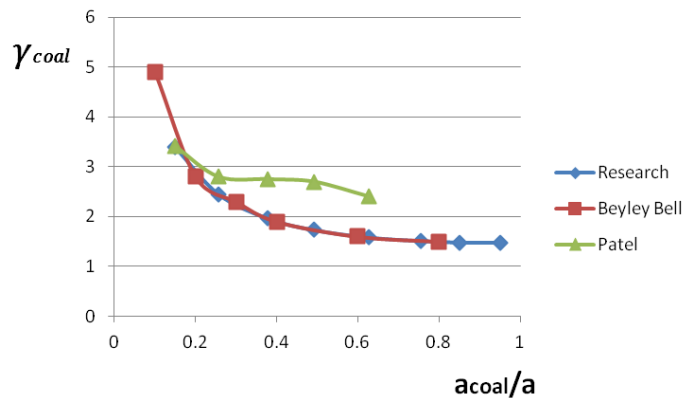


Рис. 8. Розподіл коефіцієнтів взаємодії для найглибших точок сідлоподібного контура при моделюванні об'єднання поверхневих тріщин

**Висновки.** Запропонований підхід до оцінки процесу злиття двох поверхневих півеліптичних тріщин в одну магістральну тріщину та реалізація розробленої кінцевоелементної моделі розвитку такої тріщини шляхом поширення її сідлоподібного фронту дозволили отримати розподіл КІН  $K_I^B$  та швидкостей росту тріщини  $V_B$  у найглибшій точці  $B$  сідлоподібного фронту і значення коефіцієнтів взаємодії  $\gamma_A$  (для точки, що має глибину  $a$ ),  $\gamma_C$  (для крайньої поверхневої точки півдіагоналі  $C$ ) та  $\gamma_B = \gamma_{coal}$  (для найглибшої точки сідлоподібного фронту) при моделюванні злиття двох компланарних ідентичних поверхневих тріщин.

### Література

1. S.K. Patel, B. Dattaguru, K. Romachandra. Multiple interacting and coalescing semi-elliptical surface crack in fatigue. Part 1: Finite element analysis // SL, 2010. – V.3 – № 1. – pp. 37 – 57.
  2. Kishimoto K., Soboejo W.O., Smith R., Knott J.F. A numerical investigation of the interaction and coalescence of two coplanar semi-elliptical crack / Int. J. of Fat., 1989. – V. 11. – pp. 91 – 96.
  3. Підгурський І.М., Дубик Я.Р. Визначення МСЕ коефіцієнтів інтенсивності напружень вздовж контуру поверхневої тріщини // Пошкодження матеріалів під час експлуатації, методи його діагностування і прогнозування, 2015. – 256 – 259 с.
  4. Bayley C.J., Bell R. Susametric investigation into the coalescence of coplanar fatigue crack / Int. J. of Fat., 1999. – V. 21. – pp. 355 – 360.
- A combination rule for multiple surface cracks based on fatigue crack growth life / J.F. Wen, Y. Zhan, Sh.-T. Tu, F.Z. Xuan // AIMS Material Science, 2016. – 3 (4). – pp. 1649 – 1664.